ossia, per la (9), da

dove X è la distanza dal punto alla geodetica. Per R molto grande questa quantità è prossimamente eguale a 2&J?, ed è quindi infinita per il piano, come è noto, ma non lo è che in questo caso.

Un triangolo geodetico i cui vertici sono tutti all'infinito ha un'area finita e determinata, il cui valore κR^2 è indipendente dalla sua forma.

Un poligono geodetico di n lati, cogli angoli interni A, B, C, ... ha l'area

$$R^2[(n-2)\pi - A - B - C - \cdots] .$$

Se il poligono ha tutti i vertici all'infinito, la sua area, che non cessa d'essere finita, si riduce a $(n-2)\pi R^2$ ed è quindi indipendente dalla sua forma.

Passiamo ora ad esaminare quelle curve che abbiamo chiamate, secondo un uso già adottato, circonferenze geodetiche.

Alla fine della Nota II abbiamo trovato che la circonferenza geodetica col centro nel punto qualunque (u_0, v_0) e col raggio geodetico p è rappresentata dall'equazione

$$(11) \qquad \frac{a^2 - uu_0 - vv_0}{\sqrt{(a^2-u^2-v^2)(a^2-u_0^2-v_0^2)}} = \cosh\frac{\rho}{R} ,$$

Quest'equazione generale ci diventa utile in seguito, ma ora possiamo approfittare delle semplificazioni che risultano dal supporre collocata l'origine $(u = v = 0)$ nel centro della circonferenza considerata. Dando all'espressione dell'elemento lineare (come nella Nota II) la forma

$$ds^2 = R^2\frac{(a^2-u^2-v^2)(du^2 + dv^2) + (udu + vdv)^2}{(a^2-u^2-v^2)^2} ,$$

e ponendo

$$u = r\cos\varphi, \qquad v = r\,\mathrm{sen}\,\varphi ,$$

se ne deduce tosto l'espressione equivalente

Ma chiamando p la distanza geodetica del punto (u, v) ossia (r, ϑ) dall'origine, si ha, come sappiamo,

adr d 2